多天线系统中有限反馈的码本设计

张 雷[1],李少谦[1],郑洪明[2],吴晓芸[2]
(1.电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室,四川成都 610054;2.英特尔中国研究中心,北京 100080)

摘 要: 在多天线无线通信系统中,发射机利用来自接收机有限反馈的信道方向信息,能够提高系统容量和降低误码率.有限反馈的关键是码本设计,本文综述了近年来这一领域的研究成果.码本设计主要包括基于 Grassmann 流形中子空间包和基于信源编码中向量量化的两种方案,涉及对象包括不同类型的多天线信道和发射数据流模式.详细介绍了这两种方案的原理和相应算法,并比较了它们的异同点.

关键词: 多天线系统; 有限反馈; 码本设计

中图分类号: TN827 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 6A-013-06

An Overview of Codebook Design for Limited Feedback in Multiple-Antenna Systems

ZHANG Lei[1], LI Shao-qian[1], ZHENG Hong-ming[2], WU May[2]
(1. *National Key Laboratory of Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan* 610054, *China*; 2. *Intel China Research Center, Beijing* 100080, *China*)

Abstract: In multiple-antenna wireless communication systems, when the transmitter obtains the quantized channel direction by a limited feedback link from the receiver, benefits of improving throughput and reducing bit error rate can be realized. This paper presents an overview of codebook design for limited feedback, which is the most important problem in the system. The codebook design can mainly classified as two schemes: one based on subspace packing in Grassmann manifold and another based on vector quantization in source coding. We highlight the principles and related algorithms of both schemes, which involve various modes about channels and data, and then compare the key characteristics of them.

Key words: multiple-antenna systems; limited feedback; codebook design

1 引言

在无线多天线系统中,接收机通常可通过信道估计来获取信道信息.近来的研究表明,在下行链路中,若发射机也能够获取信道信息,则可带来诸多好处[1,2]:对单用户系统,可采用简单的波束成形或预编码技术来获取发射分集增益以减轻衰落的影响,同时还可获得一定的阵列增益;对多用户系统,可采用多用户预编码技术来提升系统容量.然而,这一假设并不现实:频分双工系统中上下行链路信道不具有互易性;时分双工系统中上下行链路空间传播信道的基带响应在理论上满足互易条件,但其互易性在考虑射频到基带之间相互转换等因素时则很难实现.因此,在实际系统设计中常用的办法是:接收机通过有限反馈将某些与信道有关的信息发送给发射机[1],比如 WiMAX 标准就采用了这一技术[3].信道的有限反馈通常包括幅度反馈、均值反馈、方差反馈和方向反馈[4].在本文中,有限反馈专指方向反馈:对向量而言,"方向"一般指其归一化向量;对矩阵而言,"方向"一般指对其进行奇异值分解得到的右奇异矩阵.

有限反馈的机理是[1]:预先设计好发射机和接收机共知的码本——波束成形向量或预编码矩阵的有限集,这些向量或矩阵也叫作码字;在每一次信道衰落产生较大变化时,接收机通过一定准则用码本对信道方向进行量化,并用少量比特将所得码字的序号发送给发射机;发射机再根据收到的序号选取对应的码字用于波束成形或预编码.无疑,与发射机准确获知信道信息相比,有限反馈和其他一些因素(如接收机的信道估计误差和反馈延迟等)会在一定程度上影响系统的性能指标,如容量和误码率等.本文仅仅讨论反馈的有限性对系统的影响,而忽略其他因素.因此,设计足够好的码本就成为了

收稿日期:2007-06-11;修回日期:2007-12-20
基金项目:国家自然科学基金(No.60496313);英特尔中国研究中心基金

提升有限反馈改善系统性能程度的关键.

目前,针对单用户中有限反馈的码本设计主要包括两种方案:其一是利用最优未量化波束成形向量或预编码矩阵的分布信息,将码本设计问题等效为 Grassmann 流形中子空间包(subspace packing)问题[5~8];其二是将码本设计与信源编码中的向量量化(vector quantization, VQ)问题联系起来,并对后者算法加以改进[9~11].另一方面,从涉及到的研究对象来看,以上两种方案最初都针对独立同分布的多入单出(multiple input single output, MISO)信道和单路独立发射数据流的情形展开研究,近来也有一部分研究拓展至独立(或相关)的多入多出(multiple input multiple output, MIMO)信道和多路独立发射数据流情形.本文将以两种设计方案为经线、不同研究对象为纬线,归纳和总结近几年在这一领域的研究成果,为对此问题感兴趣的研究人员提供一定参考.

符号说明:大、小写黑体字母分别表示矩阵和向量;$\boldsymbol{I}_m$ 表示 m 阶单位矩阵;T、H 分别表示矩阵的转置和共轭转置;$|\cdot|$ 表示绝对值;$|\cdot|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数;C^m 表示 m 维复向量空间;$C^{n\times m}$ 表示复矩阵空间;Ω_m 表示 C^m 中具有单位 Frobenius 范数的向量集合;U_m^N 表示具有单位 Frobenius 范数的列向量的 $m\times N$ 矩阵集合;$E(g)$ 表示数学期望.

2 多天线系统中有限反馈模型

为方便起见,以独立同分布 MIMO 信道和单路独立发射数据流情形为例,描述有限反馈模型[5].设发射天线数和接收天线数分别为 M_T 和 M_R,且采用发射波束成形和接收合并技术,并假设:

(1)信道是平坦块衰落的,块衰落意指信道在一个传输块持续时间内保持不变,在块间可能变化,即信道的离散模型可用一 $M_R\times M_T$ 矩阵 $\boldsymbol{H}$ 表示;

(2)接收机能够准确获知信道信息;

(3)每一时隙发射机发射一个具有单位能量的独立信息符号 s.

基于以上假设,收发两端之间的离散基带输入输出关系可表示为

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}s+\boldsymbol{n} \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{w}$ 表示发射波束成形向量;$\boldsymbol{n}$ 表示噪声向量,其元素是独立同分布的均值为零、方差为 N_0 的循环对称复高斯随机变量(circularly symmetric complex Gaussian random variable, CSCGRV),显然 $P=1/N_0$ 为发射信号功率与噪声功率之比(signal to noise ratio, SNR);信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的元素建模为非相关零均值单位方差的 CSCGRV.假设用一接收合并向量 $\boldsymbol{z}$ 对 $\boldsymbol{x}$ 滤波,易得

$$y=\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{x}=\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}s+\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{n} \tag{2}$$

对每一次确定的 $\boldsymbol{H}$,应当选取合适的 $\boldsymbol{w}$ 和 $\boldsymbol{z}$ 最大化瞬时输出信噪比(instantaneous output signal to noise ratio, IOSNR),以保证最大化容量或最小化误码率.

先考虑 $\boldsymbol{w}$ 和 $\boldsymbol{z}$ 无限制条件的情况.由式(2),对接收信号采用滤波之后的 IOSNR 可表示为

$$\begin{aligned}\gamma&=P|\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}|^2/\|\boldsymbol{z}\|_F^2\\&=P\|\boldsymbol{w}\|_F^2|(\boldsymbol{z}^H/\|\boldsymbol{z}\|_F^2)\boldsymbol{H}(\boldsymbol{w}/\|\boldsymbol{w}\|_F^2)|^2\end{aligned} \tag{3}$$

不失一般性,设 $\|\boldsymbol{w}\|_F=\|\boldsymbol{z}\|_F=1$,由向量范数不等式知

$$\gamma=P|\boldsymbol{z}^H\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}|^2\leqslant P\|\boldsymbol{z}\|_F^2\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}\|_F^2=P\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}\|_F^2 \tag{4}$$

当且仅当 $\boldsymbol{z}=\boldsymbol{z}_*=\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}/\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}\|_F$,上式等号成立,此时的 $\boldsymbol{z}$ 称为最大比合并向量.假定接收机采用最大比合并,即 $\boldsymbol{z}=\boldsymbol{z}_*$,则最大化 IOSNR 可等效为求解下式

$$\boldsymbol{w}=\arg\max_{\boldsymbol{w}\in\Omega_{M_T}}\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}\|_F \tag{5}$$

由文[5]知,$\boldsymbol{w}_*=e^{j\phi}\boldsymbol{u}_1$($\boldsymbol{u}_1$ 为 $\boldsymbol{H}$ 的最大奇异值 σ_1 对应的右奇异向量)为满足上式的解.当 $\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}_*$ 时,γ 取得最大值 $\sigma_1^2/N_0=\lambda_1/N_0$($\lambda_1$ 为 $\boldsymbol{H}^H\boldsymbol{H}$ 的最大特征值).

现在进一步假设:

(4)发射机和接收机预知一离线设计的码本 $\boldsymbol{W}$,$\boldsymbol{W}$ 为 $N=2^B$ 个码字(具有单位范数的 M_T 维波束成形向量)的集合,可表示为 $\boldsymbol{W}=\{\boldsymbol{w}_1,\cdots,\boldsymbol{w}_N\}$;

(5)在每一次信道衰落产生较大变化时,接收机根据一定准则对 $\boldsymbol{w}_*$ 量化,用 B 比特将所得码字的序号反馈至发射机(设反馈无误且无延迟),发射机再根据这一序号信息在码本中选取对应的波束成形向量.

显然,与理想情形 $\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}_*$ 相比,其量化值会对系统的某些指标(如 IOSNR 和容量等)带来一定程度的影响.因此,码本设计的目标可简单描述为:设计一好的码本使得这种影响尽可能最小.在第 3 和第 4 部分中将分别详述基于 Grassmann 流形中子空间包和基于 VQ 的码本设计方案.特别指出,当研究对象变为具有相关性的 MIMO 信道或多路独立发射数据流时,需要对以上各式进行修正,可参阅文[7,8,11],这里不再赘述.

3 基于 Grassmann 流形中子空间包的码本设计方案

3.1 Grassmann 空间中子空间包基本原理

为描述方便,首先引入 Stiefel 流形的概念.复 Stiefel 流形 $S(m,n)$,$(m\geqslant n)$ 定义为所有 $n\times m$ 仿酉矩阵* 的集合,即

$$S(m,n)=\{\boldsymbol{Q}\in C^{n\times m}:\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^H=\boldsymbol{I}_n\} \tag{6}$$

由 $S(m,n)$ 中矩阵张成的 C^m 中所有 n 维子空间的集合称为 Grassmann 流形,记作 $G(m,n)$[12].$G(m,n)$ 中子空间包问题可描述为[13,14]:给定某个正整数 N,求

* 只满足 $\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^H=\boldsymbol{I}_n$ 或 $\boldsymbol{Q}^H\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{I}_m$ 的 $n\times m$ 矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 称为仿酉矩阵.

出 N 个 n 维子空间使得任意两个子空间的最小距离最大化.子空间的距离有多种定义;这里仅采用 Chordal 距离,其定义为[15](设 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2\in S(m,n)$)

$$d(\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2) @ \frac{1}{\sqrt{2}}\|\boldsymbol{F}_1\boldsymbol{F}_1^H-\boldsymbol{F}_2\boldsymbol{F}_2^H\|_F=\sqrt{n-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i^2\{\boldsymbol{F}_1^H\boldsymbol{F}_2\}} \tag{7}$$

当 $n=1$ 时,Grassmann 流形 $G(m,1)$ 为 C^m 中以原点为始点的向量集合,其中的子空间包退化为线包(Grassmannian line packings,GLP),其子空间的 Chordal 距离可表示为(设 $\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2\in S(m-1)$)

$$d(\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2)\sqrt{1-|\boldsymbol{w}_1^H\boldsymbol{w}_2|^2}=\sin(\theta_{1,2}) \tag{8}$$

通常,多路独立发射数据流 MIMO 系统对应的码本设计与 $G(m,n)$ 中的高维子空间包问题有密切联系;特别地,单路独立发射数据流 MIMO 系统对应的码本设计与 GLP 问题密切相关.这里以 GLP 为例说明 Grassmann 流形中子空间包问题[5].

由式(8)知,GLP 的最小距离可记为

$$\delta(\boldsymbol{W})=\min_{1\leqslant k\leqslant l\leqslant N}\sqrt{1-|\boldsymbol{w}_k^H\boldsymbol{w}_l|^2}=\sin(\theta_{\min}) \tag{9}$$

再引入 GLP 的密度概念.设 $\boldsymbol{P}_v$ 表示由 $\boldsymbol{v}\in\Omega_m$ 张成的向量;在 $G(m,1)$ 中,以 P_{w_i} 为中心,以 r 为半径的球定义为

$$B_{w_i}(r)=\{P_v\in G(m,1):d(v,w_i)<r\} \tag{10}$$

$G(m,1)$ 中线包 $\boldsymbol{W}^*$ 的密度 $\Delta(\boldsymbol{W})$ 定义为该线包对应的所有球的"体积"占 $G(m-1)$"体积"的比例,可表示为

$$\Delta(\boldsymbol{W})=N[\delta(\boldsymbol{W})/2]^{2(m-1)} \tag{11}$$

一般地,在 $G(m,1)$ 中,对任意的 N 和 m 值,用分析或数值方法求解最大的 δ 非常困难,更为实际的方法是利用计算机搜索[13,14].幸而,可用如下定理确定 N 和 δ 的大致关系[5]

$$\delta^{-2(m-1)}\leqslant N\leqslant(\delta/2)^{-2(m-1)} \tag{12}$$

3.2 码本分析与设计

文[5]指出:当信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的元素互相独立时,关于在 MIMO 系统中求解最优量化波束成形向量的问题与 MISO 系统中的相同,这表明文[1]中有关 MISO 系统中量化波束成形向量的分析可直接用于 MIMO 系统.由第 2 部分知,最优的发射波束成形向量和接收合并向量应使得 γ 最大,故接收机选择码字的操作可用下面的编码函数表示

$$F_w(\boldsymbol{H})=\arg\max_{i\in\{1,\cdots,N\}}\|\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}_i\|_F^2 \tag{13}$$

注意上式并不仅仅是 $\boldsymbol{H}$ 的最大奇异值和对应奇异向量的函数.

为度量量化引起的平均失真度,引入平均输出信噪比(average output signal to noise ratio,AOSNR)的失真函数

$$G(\boldsymbol{W})=E_{\boldsymbol{H}}[\lambda_1-\|\boldsymbol{H}F_w(\boldsymbol{H})\|_F^2] \tag{14}$$

$G(\boldsymbol{W})$ 的上界为

$$G(\boldsymbol{W})\leqslant E_{\boldsymbol{H}}[\lambda_1]E_{\boldsymbol{H}}[1-|\boldsymbol{u}_1^H F_w(H)|^2] \tag{15}$$

上式的第一项反映了信道的平均增益,第二项反映了码本的优劣.把 $\boldsymbol{W}$ 看作 $G(m-1)$ 中的一个线包,因 $\boldsymbol{u}_1$ 在 Ω_{M_T} 中均匀分布,故由 3.1 节中的有关结论知

$$\Pr[1-|\boldsymbol{u}_1^H F_w(\boldsymbol{H})|^2<\delta^2(\boldsymbol{W})/4]=\Delta(\boldsymbol{W}) \tag{16}$$

将式(11)和(16)代入式(15)得

$$\begin{aligned}G(\boldsymbol{W})&\leqslant E_{\boldsymbol{H}}[\lambda_1]E_{\boldsymbol{H}}\{\Delta(\boldsymbol{W})\delta^2(\boldsymbol{W})/4+[1-\Delta(\boldsymbol{W})]\}\\&=E_{\boldsymbol{H}}[\lambda_1]E_{\boldsymbol{H}}\{1+N[\delta(\boldsymbol{W})/2]^{2(M_T-1)}[\delta^2(\boldsymbol{W})/4\\&\quad-1]\}\end{aligned} \tag{17}$$

注意到式(17)中第二行的表达式,即 $G(\boldsymbol{W})$ 的上界,在 $\delta(\boldsymbol{W})$ 的取值范围内是 $\delta(\boldsymbol{W})$ 的单调减函数;故欲使 AOSNR 失真(的上界)最小,即最小化式(17),只需最大化码本中任意两个向量对的最小距离.因此,很容易得到采用最大比发射波束成形和最大比接收合并的 MIMO 系统的码本设计准则

$$\boldsymbol{W}=\arg\max_{X\in U_{M_t}^N}\delta(X) \tag{18}$$

显然,式(18)表示的问题正好与 3.1 节中所述 GLP 问题一致,故这一准则被称为 Grassmannian 波束成形准则.

文[5]指出,上述设计思想也适用于等增益传输和天线选择传输.进一步,文[5]针对独立同分布的 MISO 信道和单路独立发射数据流情形,讨论了基于 GLP 的码本设计给系统中断概率和 AOSNR 带来的影响.对中断概率的影响为

$$\begin{aligned}F(B)&=\frac{\Pr_{out}^B(R,P)-\Pr_{out}^\infty(R,P)^{P\to\infty}}{\Pr_{out}^\infty(R,P)}\\&=(M_T-1)2^{-B/(M_T-1)}\end{aligned} \tag{19}$$

这里 $\Pr_{out}^B(R,P)$ 和 $\Pr_{out}^\infty(R,P)$ 分布表示 B 比特有限反馈和发射机准确获知信道信息两种情形在传输速率为 R、SNR 为 P 时的中断概率.对 AOSNR 的影响为

$$\Gamma(B)=\mathrm{AOSNR}^\infty-\mathrm{AOSNR}^B=\frac{M_T-1}{M_T}2^{-B/M_T} \tag{20}$$

这里 $AOSNR^B$ 和 AOSNR^∞ 分布表示比特有限反馈和发射机准确获知信道信息两种情形对应的 AOSNR.

3.3 相关结果

当系统的独立发射数据流路数 M 大于 1 时,其码本设计问题可转化为 $G(M_T,M)$ 中的高维子空间包问题[7].此外,文[8]给出了当 MIMO 信道具有文[16]所述相关特性时的码本设计方法,其结果表明:用发射相关

* 这里的 $\boldsymbol{W}$ 表示 $G(m-1)$ 中的一个线包,比第 2 部分中码本的含义更为广泛.

矩阵的平方根矩阵将非相关情形中的 GLP 旋转后可得到相关情形的设计准则，而信道的接收相关矩阵对码本设计没有影响.

4 基于向量量化的码本设计方案

4.1 基本原理及码本设计

码本设计的第二类方案是：将其与信源编码中的 VQ 问题联系起来，并对后者的算法加以改进，使得设计的码本能够优化某些感兴趣的指标.众所周知，在信源编码中给定反馈比特数，利用全搜索 VQ 技术可以导出最优的量化器；而且，已经建立起来的相关算法使得 VQ 技术方便易行.但是，信源编码中经常使用的均方误差准则并不太适合有限反馈的码本设计问题，因为通信领域更关注的指标是 AOSNR 或互信息量.文[1,9]较早根据 AOSNR 和互信息量指标研究这一问题.但是，文[9]中根据最大化互信息量的设计准则，应用 Lloyd 算法[17]求解最优码本，并不能保证每一次迭代都能改善设计目标.文[10]则将文[1]中方法推广，根据最小化信道容量损失的思想，提出了最大化均方加权内积(maximizing the mean-squared weighted inner product, MSwIP)设计准则，根据这一准则应用 Lloyd 算法可以使得每一次迭代都能获取更好的量化性能.本节以文[10]介绍的方法为例，阐述基于 VQ 的码本设计方案.

考虑 MISO 信道和单路独立发射数据流的情形，对式(1)略作修正，得收发两端之间的离散基带输入输出关系

$$x = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{w} s + n \tag{21}$$

这里 $\boldsymbol{h} = [h_1, \cdots, h_{M_T}]^T$ 表示信道向量，x、$\boldsymbol{w}$、s 和 n 的意义与式(1)中相似.设 $\alpha = \|\boldsymbol{h}\|_F$，$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{h}/\alpha$，则相对发射机准确获知信道信息，采用有限反馈带来的容量损失为

$$C_L = E\left\{-\log\left[1 - \frac{\alpha^2 P}{1+\alpha^2 P}(1 - |\boldsymbol{v}^H \boldsymbol{w}|^2)\right]\right\} \tag{22}$$

显然，好的设计准则应当最小化 C_L，但实施起来却非常困难.考虑如下近似：当 $\boldsymbol{v}^H\boldsymbol{w}$ 接近 1 时，有

$$C_L \approx E[\tilde{\alpha}^2(1 - |\boldsymbol{v}^H\boldsymbol{w}|^2)], \tilde{\alpha} = \sqrt{\frac{\alpha^2 P}{1+\alpha^2 P}} \tag{23}$$

从而得到最大化 MSwIP 设计准则

$$\max_{F_w(g)} [\,|\tilde{\alpha}\boldsymbol{v}^H F_w(\boldsymbol{h})|^2] \tag{24}$$

文[17]中的 Lloyd 算法可用来解决这一问题.它包括两个条件：即最近邻居条件(nearest neighborhood condition, NNC)，给定译码器(码字)，得到的编码器(区域划分)是最优的；质心条件(centroid condition, CC)，即给定编码器，得到的译码器是最优的.将其应用于 MSwIP 准则时，可得到具有单调收敛特性的 Lloyd 算法，详述如下：

(1) NNC：给定码字 $\{\boldsymbol{w}_i; i = 1, \cdots, N\}$，最优的区域划分满足

$$R_i = \{\boldsymbol{h} \in C^{M_T} : |\tilde{\alpha}\boldsymbol{v}^H\boldsymbol{w}_i| \geq |\tilde{\alpha}\boldsymbol{v}^H\boldsymbol{w}_j|, \forall i \neq j\} \quad i = 1, \cdots, N \tag{25}$$

这里 R_i 表示对应第 i 个码字 $\boldsymbol{w}_i$ 的小区划分(即 Voronoi 区域).

(2) CC：给定区域划分，最优的码字满足

$$\boldsymbol{w}_i = \arg \max_{\boldsymbol{w} \in R_i, \|\boldsymbol{w}\|_F = 1} E(|\tilde{\alpha}\boldsymbol{v}^H\boldsymbol{w}|^2 \mid \boldsymbol{h} \in R_i) \tag{26}$$

由矩阵分析相关知识得

$$\boldsymbol{w}_i = \boldsymbol{u}_1[E(|\tilde{\alpha}^2 \boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^H|^2 \mid \boldsymbol{h} \in R_i)] \tag{27}$$

这里 $\boldsymbol{u}_1(\boldsymbol{A})$ 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 最大奇异值对应的右奇异向量.对以上两个条件迭代运算，直到 $E[|\tilde{\alpha}\boldsymbol{v}^H F_w(\boldsymbol{h})|^2]$ 收敛为止.对已设计好的码本，接收机将按照下式选择最合适的码字

$$\boldsymbol{w} = F_w(\boldsymbol{v}) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} |\boldsymbol{v}^H \boldsymbol{w}_i|^2 \tag{28}$$

MSwIP 准则最大的缺点是据此设计的量化器与特定的 SNR 值有关，因此有必要探求其他独立于 SNR 的方法.不妨考虑以下两种极端情形.

情形一：当 $P \to \infty$ 时，$\tilde{\alpha} \to 1$，式(24)可简化为

$$\max_{F_w(g)} E[|\boldsymbol{v}^H F_w(\boldsymbol{v})|^2] \tag{29}$$

上式称为最大化均方内积(maximizing the mean-squared inner product, MSIP)准则，只需在式(25)~(27)中令 $\tilde{\alpha} = 1$ 即得相应的算法；据此设计的量化器仅与 $\boldsymbol{v}$ 有关.

情形二：当 $P = 1$ 时，$\tilde{\alpha} = \sqrt{P}\alpha$，式(24)可简化为

$$\max_{F_w(g)} E[|\boldsymbol{h}^H F_w(\boldsymbol{h})|^2] \tag{30}$$

上式称为最大化 AOSNR 准则(于文[1]中最早提出)，只需在式(25)~(27)中用 $\boldsymbol{h}$ 取代 $\tilde{\alpha}$ 即得相应的算法.

文[10]指出：当 $\boldsymbol{h}$ 的元素建模为独立同分布的非相关零均值单位方差的 CSCGRV 时，以上三种准则等价.在实际应用中一个简单的方法是：不论信道是否相关，将 SNR 划分为高低两个区域；在高 SNR 时采用 MSIP 准则，在低 SNR 时采用最大化 AOSNR 准则.文[10]的仿真表明这种简单的方法与更为复杂的 MSwIP 相比，性能损失极小.进一步，文[10]给出了独立同分布 MISO 信道条件下采用 MSwIP 准则的有限反馈给系统带来的影响.其容量损失和 AOSNR 损失都近似为

$$C_L = \text{AOSNR}_L = \left(\frac{M_T - 1}{M_T}\right) 2^{-B/(M_T-1)} \tag{31}$$

比较式(19)、(20)和(31)，可以看出，基于两种不同方案得到的结果具有相似的形式.

4.2 相关结果

文[11]在文[10]的基础上，仍然采用容量损失这一度量，将 VQ 拓展至矩阵量化，从而将 MSwIP 准则推广

至 MIMO 信道多路独立发射数据流的情形,并得出了与码本设计对应的 Lloyd 算法.文[18]对信源编码中的高解析量化理论和基于 VQ 的码本设计方案之间的关系做了更深入的研究,得出了一个分析多天线系统中有限反馈的普适理论框架.文[19]研究了有限反馈和球形向量量化(sphere vector quantization,SVQ)之间的关系,分析了与 SVQ 对应的率失真函数的上下界.文[20]则直接用矩形 QAM 星座图的误码率作为衡量系统性能的准则,并基于文[7]中的研究成果和 Lloyd 算法[17],优化了码本设计方法,由此设计出的码本能显著增加其中任意码字对之间的最小距离,从而提升了系统的误码率性能.

5 两种方案比较

两种方案的比较见表 1.从表中可以看出,这两种方案虽然在设计思路等方面有所不同,但它们也具有许多相似点,主要包括:

(1)在高 SNR 区域,两种方案等价,且两种方案给系统带来的容量(或中断概率)损失和 AOSNR 损失有相似的表达式[6,11];

(2)文[10]中提供的独立同分布 MISO 信道条件下的仿真结果表明,根据两种方案设计得到的码本具有几乎相等的均方内积.

(3)文[21]的研究表明,两种方案都能得到几乎最优且特性相近的码本.

表 1 两种方案比较

	基于 Grassmann 流形中子空间包	基于 VQ
基本思想	最大化码本中任意两个码字对的最小距离.	最大化信道向量(矩阵)及其对应码字之间的均方内积.
求解方法	求解对应的 Grassmann 流形中子空间包问题.	用适当修正的 Lloyd 算法求解.
适用情形	独立同分布 MIMO(含 MISO)信道;满足文[16]中相关特性的 MIMO 信道;发射数据流不限.	具有任意相关性的 MIMO(含 MISO)信道;发射数据流不限.
特点	离线设计;除个别情形,用分析或数值方法求解好的码本非常困难,一般利用计算机搜索[13,14].	离线设计;一般可根据文[10,11]中修正的 Lloyd 算法求解好的码本.

6 结束语

本文综述了单用户多天线系统中信道方向的有限反馈涉及到的码本设计问题,归纳和总结了近年来在这一领域取得的研究成果.目前,码本设计主要包括两种方案:基于 Grassmann 流形中子空间包的和基于信源编码中向量量化的.这两种方案虽然基本思路不同,但在许多方面具有相似点:适用面广,包括多种天线配置、多种发射数据模式和任意反馈比特数;都能求解出几乎最优的码本;码本特性几乎相同;码本对系统容量和输出信噪比的影响相似等.在实际应用中可根据具体情况选择适宜的方案,以优化系统性能.此外,本文参考的文献为了方便研究,几乎均假设信道是平坦衰落的;而实际的宽带无线信道是频率选择性的,目前普遍倾向于用 OFDM 技术将频率选择性信道转化为多个并行的平坦信道.自然,在更为实际的 MIMO-OFDM 系统里,本文所述方案需要做适当的修正[19].

参考文献:

[1] A Narula, M J Lopez, M D Trott, G W Wornell. Efficient use of side information in multiple-antenna data transmission over fading channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8): 1423 - 1436.

[2] D Tse, P Viswanath. Fundmentals of Wireless Communication [M]. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2005.

[3] 802.16e, part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems[S]. IEEE, 2005.

[4] S Srinivasa, S A Jafar. The optimality of beamforming: a unified view[A]. In Proc. IEEE Globecom'2005[C]. 2005, (4): 1558 - 1564.

[5] D J Love, R Heath Jr, T Strohmer. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2735 - 2747.

[6] K K Mukkavilli, A Sabharwal, E Erkip, et al. On beamforming with finite rate feedback in multiple antenna systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2562 - 2579.

[7] D J Love, R Heath Jr. Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(8): 2967 - 2976.

[8] D J Love, R Heath Jr. Grassmannian beamforming on correlated MIMO channels[A]. In Proc. IEEE Globecom'2004[C]. 2004, (1): 106 - 110.

[9] V Lau, Y Liu, T A Chen. On the design of MIMO block fading channels with feedback-link capacity constraint[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(1): 62 - 70.

[10] J C Roh, B D Rao. Transmit beamforming in multiple-antenna systems with finite rate feedback: a VQ-based approach[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(3): 1101 - 1112.

[11] J C Roh, B D Rao. Design and analysis of MIMO spatial multiplexing systems with quantized feedback[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8): 2874 - 2886.

[12] L Zheng, D Tse. Communication on the Grassmann manifold: A geometric approach to the noncoherent multiple-antenna

channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(2): 359 - 383.
[13] J H Conway, R H Hardin, N Sloane. Packing lines, planes, et al. Packings in Grassmannian spaces[J]. Exper Math, 1996, 5(2): 139 - 159.
[14] N Sloane. Packings in Grassmannian spaces. [OL]. http://www.research.att.com/~njas/grass/index.html.
[15] A Barg, D Nogin. Bounds on packings of spheres in the Grassmann manifold[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48(9): 2450 - 2454.
[16] L Schumacher, J Kermoal, F Frederiksen, and etc. MIMO channel characterization[R]. European IST-1999-11729 Project METRA, 2001.
[17] A Gersho, R M Gray, Vector Quantization and Signal Compression. Norwell, MA, United States: Kluwer Academic Publishers, 1992.
[18] J Zheng, E Duni, B D Rao. Analysis of multiple antenna systems with finite-rate feedback using high resolution quantization theory[A]. In Proc IEEE Data Compression Conference' 2006[C]. 2006, (1): 73 - 82.
[19] P Xia, G B Giannakis. Design and analysis of transmit-beamforming based on limited-rate feedback[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(5): 1853 - 1863.
[20] S Zhou, B Li. BER criterion and codebook construction for finite-rate precoded spatial multiplexing with linear receivers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(5): 1653 - 1665.
[21] P Xia, S Zhou, G B Giannakis. Achieving the Welch bound with difference sets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(5): 1900 - 1907.

作者简介:

张 雷 男,1979 年出生于四川省渠县,电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室博士研究生.研究方向为无线通信中的空时编码、多天线信号处理与正交频分复用技术.
E-mail: zhanglei@uestc.edu.cn

李少谦 男,1957 年出生于四川省成都市,教授、博士生导师,电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室主任、国家 863 计划通信主题专家组成员.主要研究方向为扩频通信、移动通信等.